

Hyacinthe, nonidi, 9 floréal, an CCXVI

**Probabilités et suites**

Durée : deux heures.

**Exercice n° 1**

Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher : trois boules sont rouges et portent le nombre 1, on les désignera par  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  ; deux boules sont vertes et portent le nombre 2, on les désignera par  $V_1$  et  $V_2$  ; la dernière boule est blanche et porte le nombre 3, on la désignera par  $B$ . On tire l'une après l'autre, sans remise, deux boules.

1\_ Déterminer le nombre de tirages possibles à l'aide d'un arbre ou d'un tableau.

2\_ Les tirages étant équiprobables, quelles sont les probabilités respectives  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$  pour que, lors d'un tirage :

a\_ deux boules tirées soient rouges ?

b\_ les deux boules tirées soient de couleurs différentes ?

c\_ la boule blanche ait été tirée ?

3\_ On s'intéresse à la somme  $S$  des nombres inscrits sur les 2 boules tirées.

a\_ Déterminer l'univers image et la loi de probabilité de  $S$ .

b\_ Déterminer l'espérance mathématique et l'écart type de  $S$ .

**Exercice n° 2**

On lance 6 fois de suite une pièce de monnaie.

Quelle est la probabilité d'obtenir exactement trois piles ?

**Exercice n° 3**

Déterminer les limites des suites suivantes :

1\_  $(u_n)$  définie par  $u_n = n^2$

2\_  $(v_n)$  définie par  $v_n = \frac{1}{n-122,5}$

3\_  $(w_n)$  définie par  $w_n = -2n^2 + 14n - 7$

4\_  $(t_n)$  définie par  $t_n = \frac{3n+2}{4n-5}$

5\_  $(s_n)$  définie par  $s_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n+6}$

**Exercice n° 4**

La suite  $(b_n)$  est définie pour tout  $n$  non nul par  $b_n = \frac{\cos(n)}{n}$

- 1\_ Déterminer un encadrement de  $\cos(n)$ .
- 2\_ En déduire un encadrement de  $b_n$
- 3\_ En déduire la limite de  $b_n$

**Exercice n° 5**

*Suite définie par une formule de récurrence.*

La suite  $(a_n)$  est définie par 
$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + \frac{3}{2} \\ a_0 = -1 \end{cases}$$

Le graphique de la feuille annexe est le début de la représentation graphique de cette suite. Sont représentées, la courbe de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$  et la droite d'équation  $y = x$ .

- 1\_ Compléter le graphique en indiquant, sur les axes, les coordonnées des points  $A_0, B_1$  et  $A_1$  en fonction de  $a_0, a_1, a_2, \dots$ , puis en construisant les points  $B_2, A_2, B_3, A_3, B_4$  et  $A_4$ .
- 2\_ En vous servant du graphique, conjecturer la limite possible,  $l$ , de la suite  $(a_n)$ .
- 3\_ Démontrer que la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = a_n - l$  est géométrique.  
Déterminer la raison et le premier terme de cette suite.
- 4\_ Ecrire  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 5\_ Déterminer la limites de la suite  $(u_n)$ .
- 6\_ En déduire la limite de  $(a_n)$

Prénom et nom :

Feuille annexe à rendre avec la copie.

**Graphique de l'exercice n° 5**

