

***Baccalauréat blanc de mathématique pour les terminales ES, spécialité mathématique.
Le sujet comporte 4 pages.
La calculatrice est autorisée***

EXERCICE 1 5 points
Commun tous les candidats

Au rayon « image et son » d'un grand magasin, un téléviseur et un lecteur de DVD sont en promotion pendant une semaine. Une personne se présente :

la probabilité qu'elle achète le téléviseur est $\frac{3}{5}$;

la probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle achète le téléviseur est $\frac{7}{10}$;

la probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle n'achète pas le téléviseur est $\frac{1}{10}$.

On désigne par T l'évènement : « la personne achète le téléviseur » et par L l'évènement : « la personne achète le lecteur de DVD ».

On notera \bar{T} et \bar{L} les évènements contraires respectifs de T et de L .

1_ Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2_ Déterminer les probabilités des évènements suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions) :

« la personne achète les deux appareils »

« la personne achète le lecteur de DVD »

« la personne n'achète aucun des deux appareils ».

3_ Montrer que, si la personne achète le lecteur de DVD, la probabilité qu'elle achète aussi le téléviseur est $\frac{21}{23}$.

Avant la promotion, le téléviseur coûtait 500 € et le lecteur de DVD 200 €. Pendant cette semaine, le magasin fait une remise de 15% pour l'achat d'un seul des deux appareils et de 25% pour l'achat des deux appareils. On désigne par D la dépense effective de la personne.

4_ Déterminer les valeurs possibles de D .

5_ Déterminer la loi de probabilité de D .

6_ Calculer l'espérance mathématique de D .

Le responsable du rayon « image et son » prévoit qu'il se présentera dans la semaine 80 personnes intéressées par ces deux appareils. Quel chiffre d'affaires peut-il espérer effectuer sur la vente de ces deux appareils ?

EXERCICE 2

4 points

Commun tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note totale attribuée à l'exercice est 0.

1. La population d'une commune rurale diminue de 2% par an.

Sa population aura diminué de moitié dans :

A : 15 ans B : 20 ans C : 35 ans D : 50ans

2. Le prix d'un article augmente d'un certain pourcentage puis baisse immédiatement du même pourcentage. Finalement le prix de cet article :

A : a augmenté B : a baissé C : n'a pas varié D : on ne peut pas savoir

3. La population mondiale a doublé entre 1960 et 2000.

Le taux d'accroissement moyen annuel a été de :

A : 3% B : 2,75 % C : 2,5 % D:1,75 %

4. Pour tout réel x , $(e^x)^2 \times e^{3x-1}$ est égal à :

A : e^{x^2+3x-1} B : $e^{2x(3x-1)}$ C : $\frac{e^{5x}}{e}$ D : $\frac{e^{5x}}{e^{1-3x}}$

5. Le nombre -2 est solution de l'équation :

A : $e^x = -2$ B : $e^{\ln x} = -2$ C : $\ln x = -\ln 2$ D : $\ln e^x = -2$

6. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(x+3) < \ln 6$ est :

A : $S =]-\infty ; 3[$ B : $S =]-3 ; 3[$ C : $S =]0 ; 3[$ D : $S =]3 ; +\infty[$

7. La fonction dérivée de $\ln(x^3)$ est la fonction f' définie par :

A : $f'(x) = \frac{1}{x^3}$ B : $f'(x) = \frac{x^3}{3x^2}$ C : $f'(x) = \frac{3}{x}$ D : $f'(x) = \frac{1}{3x^2}$

8. La tangente au point d'abscisse $x=2$ à la courbe Γ de f définie par $f(x) = x^2$ a pour équation :

A : $y = 2x - 4$ B : $y = x - 1$ C : $y = -4x - 4$ D : $y = 4x - 4$

EXERCICE 3 5 points
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le 1^{er} janvier 2005, une grande entreprise compte 1 500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10% de l'effectif du 1^{er} janvier partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.

Pour tout entier naturel n , on appelle u_n le nombre d'employés de l'entreprise le 1^{er} janvier de l'année $(2005+n)$.

1. a. Calculer u_0 , u_1 et u_2 .

La suite u de terme général u_n est-elle arithmétique? géométrique? Justifier les réponses.

b. Expliquer ensuite pourquoi, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$.

2. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - 1000$.

a. Démontrer que la suite v de terme général v_n est géométrique. Préciser sa raison.

b. Exprimer v_n en fonction de n .

En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 500 \times 0,9^n + 1000$.

c. Déterminer la limite de la suite u .

3. Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0,9^n$.

En déduire le sens de variation de la suite u .

4. Au 1^{er} janvier 2005, l'entreprise compte un sur-effectif de 300 employés. A partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise ne sera-t-elle plus en sur-effectif?

EXERCICE 4 6 points
Commun tous les candidats

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f définie sur $]0 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ et on nomme C sa représentation graphique dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan.

x	0	$\frac{1}{e}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$-e$	$-\infty$	0

1. Justifier les éléments suivants donnés par ce tableau de variations :
 signe de $f'(x)$, limites aux bornes de l'ensemble de définition, image de $\frac{1}{e}$ par f .

On admet que : $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$

2. Combien la courbe C possède-t-elle d'asymptotes ? Donner une équation de chacune d'elles.

3. a. Donner une équation de la tangente à la courbe C en son point A d'abscisse $\frac{1}{e}$.

b. Déterminer une équation de la tangente à la courbe C en son point B d'abscisse e .

4. indiquer pour quelles valeurs du réel k l'équation $f(x) = k$.

- a. ne possède aucune solution ;
- b. possède une solution unique ;
- c. possède deux solutions distinctes.

(Aucune justification n'est attendue dans cette question, on pourra s'aider de la représentation graphique de la fonction f obtenue à l'aide de la calculatrice)