

**Exercice 1**

**4 points**

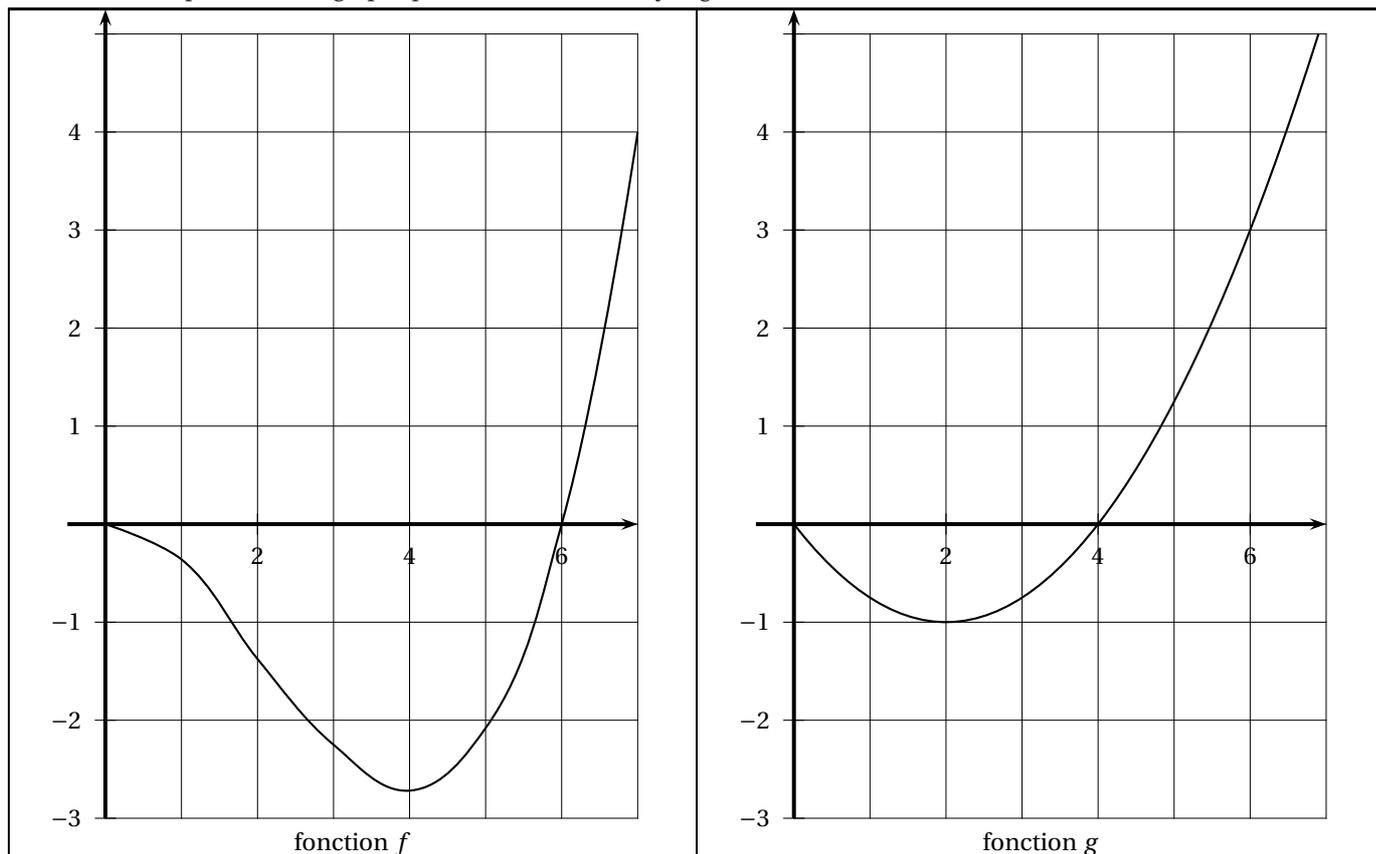
**Commun à tous les candidats**

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à 0.

1. Dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $\ln(x+4) + \ln(x-2) = \ln(2x+1)$

- A : n'a pas de solution.
- B : admet exactement une solution.
- C : admet exactement deux solutions.

2. On connaît la représentation graphique de deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur l'intervalle  $[0; 7]$



- A : Les fonctions  $f$  et  $g$  ont le même sens de variation sur l'intervalle  $[0; 7]$ .
- B : La fonction  $f$  est la dérivée de la fonction  $g$ .
- C : La fonction  $f$  est une primitive de la fonction  $g$ .

3. On sait que  $f$  est une fonction strictement positive sur  $\mathbb{R}$  et que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ .

- A :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln[f(x)] = 1$ .
- B : La limite de  $\ln(f)$  en  $-\infty$  n'existe pas.
- C :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln[f(x)] = -\infty$ .

4. L'intégrale  $\int_{-1}^0 e^{-x} dx$  est égale à :

- A :  $e - 1$ .
- B :  $1 - e$ .
- C :  $1 + e$ .

**Exercice 2**

**5 points**

**Commun à tous les candidats**

Un magasin de vêtements démarqués a reçu un lot important de chemisiers en coton. Le propriétaire du magasin constate que les chemisiers peuvent présenter deux types de défauts : un défaut de coloris ou un bouton manquant. Il note aussi que :

- 4 % de ces chemisiers présentent un défaut de coloris,
- 3 % des chemisiers ont un bouton manquant,
- 2 % des chemisiers ont à la fois un défaut de coloris et un bouton manquant.

Une cliente prend au hasard un chemisier dans le lot. On considère les évènements suivants :

- B : « le chemisier a un bouton manquant »,  
 C : « le chemisier présente un défaut de coloris ».

- Calculer la probabilité des évènements suivants :  
 D : « cette cliente prend un chemisier ayant au moins un défaut »,  
 E : « cette cliente prend un chemisier ayant un seul défaut »,  
 F : « cette cliente prend un chemisier sans défaut ».
- On sait que le chemisier qui intéresse la cliente présente un défaut de coloris. Quelle est la probabilité qu'il manque un bouton à ce chemisier ?
- Une autre cliente prend au hasard deux chemisiers dans le lot. Ces choix peuvent être assimilés à un tirage au hasard avec remise dans le lot de chemisiers.  
 Quelle est la probabilité que sur les deux chemisiers choisis, un seul ait un bouton manquant ?
- Le propriétaire du magasin vend un chemisier sans défaut 40 euros, il fait une remise de 20 % si le chemisier a un seul défaut, et de 50 % s'il a les deux défauts.
  - Établir la loi de probabilité du prix de vente en euros, noté  $X$ , d'un chemisier.
  - Quel chiffre d'affaires le propriétaire peut-il espérer faire sur la vente de cent chemisiers ?

### Exercice 3

6 points

Commun à tous les candidats

#### Partie A

On considère la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = 10 + (x - 3)e^x$$

- Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
  - Démontrer que  $f'(x) = (x - 2)e^x$  et étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
  - Dresser le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
  - En déduire le signe de  $f(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
- Démontrer que la fonction  $G : x \mapsto (x - 4)e^x$  est une primitive sur  $[0 ; +\infty[$  de la fonction  $g : x \mapsto (x - 3)e^x$ .
  - En déduire une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
  - Étudier le sens de variation de  $F$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .

#### Partie B

Une entreprise fabrique  $x$  tonnes d'un certain produit, avec  $x \in [0 ; 4]$ . Le coût marginal de fabrication pour une production de  $x$  tonnes est donné par  $f(x)$  exprimé en **milliers d'euros**, où  $f$  est la fonction définie dans la partie A.

- Les coûts fixes de l'entreprise s'élèvent à 20 000 euros. On assimile le coût total  $C$  à une primitive du coût marginal.  
 En utilisant les résultats de la question A 2., déterminer le coût total de fabrication  $C(x)$ , exprimé en milliers d'euros.
- L'entreprise désire adapter sa production pour atteindre un coût marginal de 11 292 euros.
  - En utilisant la partie A démontrer qu'il est possible d'atteindre un coût marginal de 11 292 euros. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
  - Déterminer la production correspondante, à 10 kg près.
  - Quel est alors le coût moyen de fabrication ?

On rappelle que le quotient  $\frac{C(x)}{x}$  est appelé coût moyen de fabrication pour une production de  $x$  tonnes de produit

### Exercice 4

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la production d'énergie d'origine éolienne en France, exprimée en milliers de tonnes d'équivalent pétrole (Ktep) :

Année	2000	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année $x_i$	0	2	3	4	5	6	7
Production $y_i$	7	23	34	51	83	188	348

1.
  - a. Calculer le pourcentage d'augmentation de la production entre 2000 et 2007.
  - b. Justifier que le pourcentage d'augmentation annuel moyen de la production entre 2000 et 2007 est 74,72 %, valeur arrondie au centième.
  - c. En utilisant ce pourcentage d'augmentation annuel moyen de 74,72 %, déterminer la valeur obtenue en partant de l'année 2000 pour la production d'énergie d'origine éolienne en 2005 ? On donnera la valeur arrondie à l'unité.  
Quel est le pourcentage d'erreur par rapport à la valeur réelle ?

2. Dans cette question, on se propose de réaliser un ajustement de type exponentiel.

On pose  $z = \ln y$ .

- a. Recopier et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis au centième.

$x_i$	0	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

- b. Déterminer l'équation réduite de la droite de regression de  $z$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; les résultats seront arrondis au centième.
  - c. En déduire que :  $y = 6,82 \times 1,72^x$ , les résultats étant arrondis au centième.
  - d. En utilisant cet ajustement, déterminer la valeur arrondie à l'unité obtenue pour 2005.
3. On a représenté le nuage de points  $(x_i ; y_i)$  ainsi que l'ajustement précédent dans un repère semi-logarithmique donné en annexe.
- a. À l'aide du graphique, estimer la production pour l'année 2009. Placer le point correspondant sur le graphique.
  - b. À l'aide du graphique, déterminer à partir de quelle année la production de 2007 sera multipliée par dix. On mettra en évidence sur le graphique toute trace utile pour la réponse.

## Exercice 4

5 points

### Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de services la personne propose dans ses services l'entretien de jardins. Pour ce service, cette entreprise a recours des employés temps partiel pour une durée globale de  $x$  heures, et elle loue le matériel nécessaire pour une durée globale de  $y$  heures. La surface de jardin, exprimée en centaines de  $m^2$ , est donnée par la fonction  $f(x ; y) = \sqrt{2xy}$  où  $x$  et  $y$  sont exprimées en heures.

Une heure de travail cote 15 euros et une heure de location du matériel cote 30 euros. Les contraintes matérielles imposent que  $0 \leq x \leq 120$  et  $0 \leq y \leq 100$ .

La figure 1 donnée en annexe représente la surface  $\mathcal{S}$  d'équation  $z = f(x ; y)$ .

La figure 2 donnée en annexe représente la projection orthogonale de la surface  $\mathcal{S}$  sur le plan  $(xOy)$ , les courbes de niveau de cette surface étant représentées pour  $z$  variant de 10 en 10.

1.
  - a. Les points  $A(20 ; 40 ; z_A)$  et  $B(60 ; y_B ; 60)$  sont des points de la surface  $\mathcal{S}$ .  
Déterminer pour chacun la coordonnée manquante.
  - b. Lire sur la figure 1 les coordonnées du point C et en donner une interprétation correcte.
  - c. Placer sur la figure 1 le point D de coordonnées  $(10 ; 80 ; 40)$ .
  - d. Donner la nature de la courbe de niveau  $z = 50$ .
2. les contraintes financières imposent de fixer le coût hebdomadaire correspondant 2 400 euros.
  - a. Démontrer que  $x$  et  $y$  sont liés par la relation  $y = -\frac{1}{2}x + 80$ .
  - b. Quelle est la nature de l'ensemble  $(\mathcal{E}$  des points  $M(x ; y ; z)$  de l'espace dont les coordonnées vérifient  $y = -\frac{1}{2}x + 80$  ?
  - c. Représenter l'ensemble  $(\mathcal{E}$  sur la figure 2 de l'annexe.
  - d. En déduire graphiquement la surface de jardin maximum qu'on peut traiter avec un cot hebdomadaire de 2 400 euros.
3.
  - a. Vérifier que, sous la contrainte  $y = -\frac{1}{2}x + 80$ ,  $z$  peut s'écrire sous la forme  $z = g(x)$ ,  $g$  étant la fonction définie sur  $[0 ; 120]$  par  $g(x) = \sqrt{160 - x^2}$ .
  - b. Démontrer que sur  $[0 ; 120]$ ,  $g'(x) = \frac{80 - x}{\sqrt{160x - x^2}}$ ,  $g'$  désignant la fonction dérivée de  $g$ , puis démontrer que la fonction  $g$  admet un maximum sur l'intervalle  $[0 ; 120]$ .
  - c. En déduire le temps de travail et la durée de location hebdomadaire qui permettent de traiter une surface maximum.

ANNEXE

Enseignement de spécialité : exercice 4

Figure 1 :

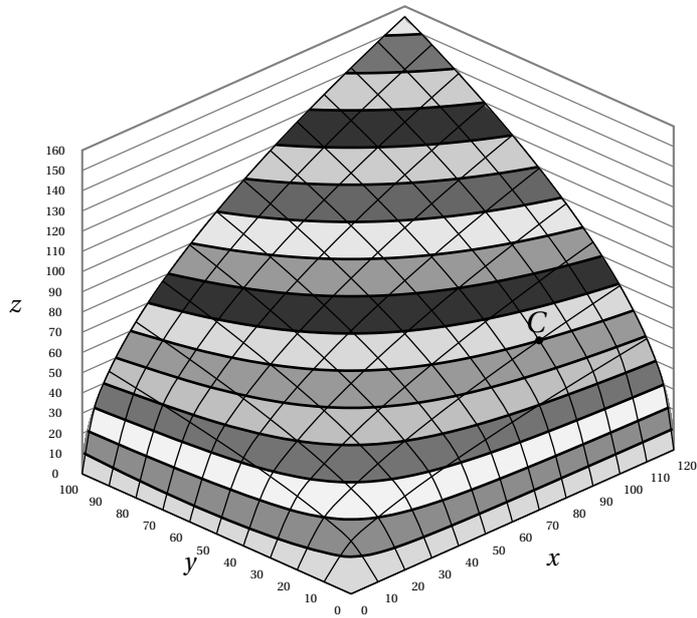
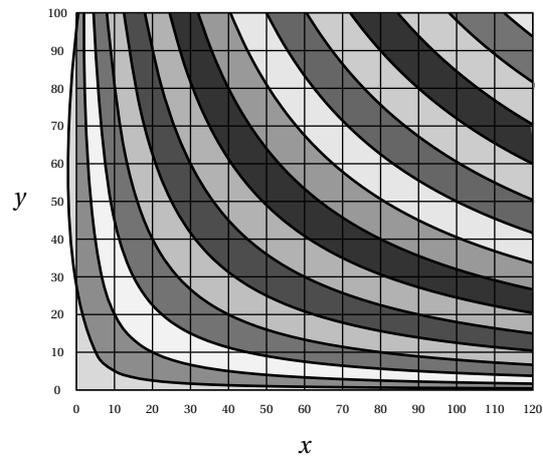


Figure 2 :



# Annexe

À remettre avec la copie

Enseignement obligatoire : exercice 4

