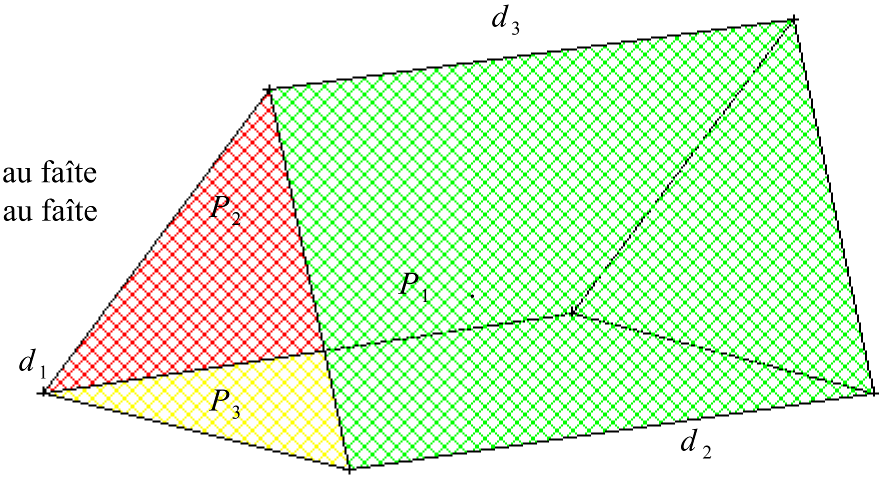
Le théorème du toit.

Théorème.
Soit trois plans P_1, P_2 et P_3 sécants deux à deux.
$P_1 \cap P_2 = d_3$, $P_2 \cap P_3 = d_1$ et $P_1 \cap P_3 = d_2$
Si d_2 est parallèle à d_3 alors d_1 est parallèle à d_3.

Conséquence.
$d_2 \| d_3 \Rightarrow d_1 \| d_2 \| d_3$

Si le bord du toit est parallèle au faîte
alors l'autre bord est parallèle au faîte



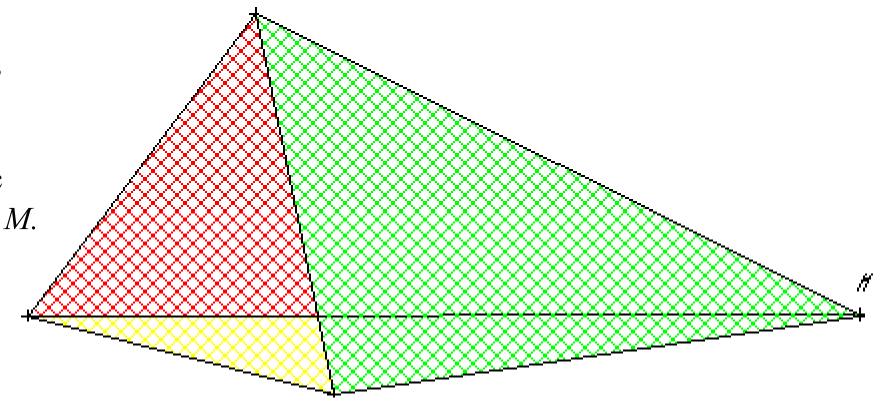
Démonstration.

Les droites d_1 et d_3 appartiennent au plan P_2 donc elles sont parallèles ou sécantes, il en est de même pour d_2 et d_3 ou d_1 et d_2 .

Supposons que d_1 et d_3 soient sécantes en M.

$d_1 = P_2 \cap P_3$ donc $M \in P_3$
$d_3 = P_1 \cap P_2$ donc $M \in P_1$

D'où $M \in P_1 \cap P_3 = d_2$ donc
d_2 et d_3 sont sécantes en M.



Conclusion. Si d_1 et d_3 sont sécantes alors d_2 et d_3 sont sécantes donc si d_2 et d_3 sont parallèles (mon sécantes) alors d_1 et d_3 sont parallèles (non sécantes).

On a appliqué la méthode de la contraposée.

$(A \Rightarrow B)$ est équivalent $(Non\ B \Rightarrow Non\ A)$.
$(Non\ B \Rightarrow Non\ A)$ est appelée la contraposée de $(A \Rightarrow B)$.

Attention. $Non\ A$ est le contraire logique de A. Il n'y a que deux choix, si A est vrai alors $Non\ A$ est faux et si A est faux alors $Non\ A$ est vrai.
Exemple. Le contraire de "toutes les lumières sont allumées" est "il y a (au moins) une lumière éteinte" et non pas "toutes les lumières sont éteintes".