Exercice I
4 points.

Q_1 $\left.\begin{array}{l} e^{i\alpha}=\cos\alpha+i\sin\alpha \\ \left(e^a\right)^b=e^{ab} \end{array}\right\} \Rightarrow \left(e^{i\theta}\right)^n=e^{in\theta}=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$

Donc les réponses sont :

$e^{in\theta}$	*Vrai*
$\cos(\theta^n)+i\sin(\theta^n)$	*Faux*
$\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$	*Vrai*

Q_2 Soit $z=x+iy,\ x\in\mathbb{R},\ y\in\mathbb{R},$ la partie imaginaire est **le nombre réel y.**
$\bar{z}=x-iy$ donc $z+\bar{z}=2x=2\,\mathrm{Re}(z)\in\mathbb{R}$ et $z-\bar{z}=2iy=2i\,\mathrm{Im}(z)$ qui est un imaginaire pur.
Attention à ne pas confondre, partie imaginaire qui est réelle et imaginaire pur qui n'est pas un réel.

Donc les réponses sont :

$\dfrac{z+\bar{z}}{2}$	*Faux*
$\dfrac{z-\bar{z}}{2i}$	*Vrai*
$\dfrac{z-\bar{z}}{2}$	*Faux*

Q_3 Soit $z=x+iy,\ x\in\mathbb{R},\ y\in setR.$ **z est un imaginaire pur donc $x=0$ et $z=iy$.**
$\bar{z}=-iy=-z$ donc, par la formule $|z|^2=x^2+y^2$ on obtient $\boxed{|z|^2=y^{2,}}$ par la formule $|z|^2=z\bar{z}$ on obtient $\boxed{|z|^2=-z^2.}$

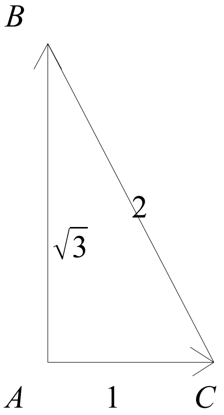
Donc les réponses sont :

y^2	*Vrai*
$-y^2$	*Faux.* Soyez logiques, y n'est pas nul !!!!
$-z^2$	*Vrai*

Q_4 A, B et C ont pour affixe respective a, b et c donc $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $b-a$ et $\overrightarrow{AC}$ a pour affixe $c-a$. On sait que $(\overrightarrow{AC}\ ,\ \overrightarrow{AB})=arg\left(\dfrac{b-a}{c-a}\right)$ et $\dfrac{AB}{AC}=\left|\dfrac{b-a}{c-a}\right|$.
$\dfrac{b-a}{c-a}=i\sqrt{3}$ donc $(\overrightarrow{AC}\ ,\ \overrightarrow{AB})=arg(i\sqrt{3})=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ et $\dfrac{AB}{AC}=|i\sqrt{3}|=\sqrt{3}$.

<u>Lisez bien la question avant de répondre : *BC* = 2 *AC* ? Et non pas *AB* = 2 *AC* ?</u>

Faisons un dessin :



$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$. Le triangle *CBA* est rectangle en *A*.

Prenons *AC* = 1, *AB* mesure donc $\sqrt{3}$ et d'après le théorème de Pythagore *BC* = 2.

$\overrightarrow{AB}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AC}$ donc *A* est la projection orthogonale de *B* sur (*AC*) et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = CA^2$

Donc les réponses sont :

$BC = 2AC$	*Vrai*
$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$	*Faux.* C'est $-\frac{\pi}{2}$
$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = CA^2$	*Vrai*