# Baccalauréat ES Liban 6 juin 20005

*Exercice 2, non spé.*

Voici le tableau du nombre d'abonnés à internet :

| Année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang : xi | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Indice : yi | 100 | 112 | 130 | 160 | 200 |

Partie A

A 1 Le nombre d'abonnés en 2000 était 2040. L'indice a doublé entre 2000 et 2004 donc en 2004 il y a 4040 abonnés.

A 2 Pourcentage d'augmentation entre 2003 à 2004.
Durant cette période l'indice a augmenté de 40 et l'indice 2003 est 160 donc le taux d'augmentation est : $t = \frac{40 \times 100}{160} = 25$
Le nombre d'abonné a augmenté de 25%.

Rappel. Les pourcentages sont des proportions :

| | |
|---|---|
| 40 | $t$ |
| 160 | 100 |

A 3 D'après la calculatrice la droite de régression linéaire de y en x par la méthode des moindres carrés a pour équation : $y = 24{,}8\ x + 66$

A 4 Pour l'année 2005 le rang est 6. 0n peut prévoir avec cette approximation affine que l'indice sera 214,8 :

$$y = 24{,}8 \times 6 + 66 = 214{,}8$$

<u>Donc le nombre d'abonnés sera 4382 </u>:

$$n_6 = \frac{2040 \times 214{,}8}{100} \simeq 4382$$

Ici on a choisi de nommer $x_1$ le premier rang donc $x_1 = 1$ et $x_6 = 6$ et $n_6$ est le nombre d'abonnés en 2005. On aurait pu prendre $x_0 = 1$ et $x_5 = 6$ et $n_5$ le nombre d'abonnés en 2005. Le résultat est le même quel que soit le choix.

Rappel. L'indice est proportionnel à l'effectif :

| | |
|---|---|
| 100 | 214,8 |
| 2040 | $n_6$ |

<u>De même en 2010 on peut prévoir 6 912 abonnés </u>:

$$y = 24{,}8 \times 11 + 66 = 338{,}8 \qquad n_{11} = \frac{2040 \times 338{,}8}{100} \simeq 6\,912$$

Partie B

On crée un autre ajustement en posant $Y = \ln(y)$.

B 1. La nouvelle série statistique est :

| Rang : xi | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Yi = ln(yi) | 4,61 | 4,72 | 4,87 | 5,08 | 5,3 |

Les résultats sont arrondis à $10^{-2}$ près.

B 2. Nuage de point et droite de régression linéaire de $Y$ en $x$.
Voir le graphique.

B 3. La droite de régression linéaire de $Y$ en $x$ est $Y=0,17\ x+4,39$ et $Y=\ln(y)$ donc l'indice prévisionnel $y$ est :

$$\ln(y)=0,17\ x+4,39 \ \Rightarrow\ y=e^{0,17\ x+4,39} \ \Rightarrow\ y=e^{4,39}\ e^{0,17\ x}$$

Le nombre d'abonnés $n_i$ pour l'année $1999+i$ est proportionnel à l'indice.

$$n_i=\frac{2040\ y_i}{100} \ \Rightarrow\ n_i=20,4\ e^{4,39}\ e^{0,17\ x}.$$

B 4. Les nouvelles prévisions :

en 2005 on peut prévoir 4 681 abonnés :

$$n_6=20,4\ e^{4,39}\ e^{0,17\ \times 6}\simeq 4\ 562$$

en 2011 on peut prévoir 11 191 abonnés :

$$n_{11}=20,4\ e^{4,39}\ e^{0,17\ \times 11}\simeq 10\ 674$$

*Exercice 3*

$u$ est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Tableau de variation.

Soit les fonctions $f$ et $g$ définies par : $f(x)=\ln(u(x))$ et $g(x)=e^{u(x)}$.

2 a. La fonction $\ln(u)$ est définie pour $u(x)>0$. La fonction $u$ est strictement positive sur $]-\infty\ ;\ -1[\cup]2\ ;\ +\infty[$ donc $D_f=]-\infty\ ;\ -1[\cup]2\ ;\ +\infty[$.
L'affirmation 1 est fausse.

2 b. Les fonctions logarithme népérien et exponentielle sont strictement croissantes donc $f=\ln(u)$ et $g=e^u$ ont les mêmes variations que $u$ sur leur domaine respectif.

$f$ est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ -1[$ et strictement croissante sur $]2\ ;\ +\infty[$.
$g$ est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0,5[$ et strictement croissante sur $]0,5\ ;\ +\infty[$.

2 c. $x>2 \Rightarrow u(x)>0$ .

$$\lim_{x\to 2\ x>2} u(x)=0 \Rightarrow \lim_{x\to 2\ x>2} f(u(x)) \Rightarrow \lim_{u(x)\to 0\ u(x)>0} f(u(x))=-\infty .$$

2 d. Résolution de $g(x)=0$.

$$g(x)=1 \Rightarrow e^{u(x)}=1 \Rightarrow u(x)=\ln(1) \Rightarrow u(x)=0$$

D'après le tableau n°1, il y a deux solutions -1 et 2.

3 a. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de *g* au point d'abscisse 2 est égale au nombre dérivé en 2, $g'(2)$.

$$g'(x)=\left(e^{u(x)}\right)'=u'(x)e^{u(x)} \Rightarrow g'(2)=3\ e^0=3$$

Donc la tangente au point d'abscisse 2 est parallèle à la droite d'équation $y=3\ x$.

3 b. *f* est définie et dérivable en -2 donc *f* '(-2) existe.

$$f(x)=f(\ln(x)) \Rightarrow f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)} \Rightarrow f'(-2)=\frac{u'(-2)}{u(-2)}=-\frac{5}{4}.$$

*Exercice 4.*

Le Q.C.M. comporte 4 questions. Pour chaque question il y a une seule réponse juste parmi les quatre.

Une bonne réponse rapporte un point, une mauvaise enlève 0,5 point et pas de réponse ne rapporte rien. Pour un total négatif la note attribuée est 0. Les trois candidats répondent correctement à la première question.

1 a. Quentin répond correctement à la première question ( 1 point ), ne répond pas à la deuxième ( 0 point ) et répond au hasard aux deux dernières ( 1 ou -0,5 point pour chacune ). Quentin peut donc obtenir 3 points ( 3 bonne réponses ) ou 1,5 point ( 2 bonnes réponses ) ou 0 points ( 1 bonne réponse ).

1 b. Il a une seule possibilité pour les questions 1 et 2. Il a quatre choix pour les deux dernières questions. Donc il peut remplir 16, $1\times 1\times 4\times 4$, grilles différentes.

1 c. Il répond au hasard au deux dernières questions donc les 16 grilles sont équiprobables. Il y a une seule grille avec trois réponses justes donc la probabilité d'avoir 3 réponses justes est :

$$p_3=\frac{1}{16}$$

1 d Il y a 2 réponses fausses. La réponse 3 est fausse ( trois choix ) et la 4 est fausse ( trois choix) et il y a donc 9 grilles avec 2 réponses fausses.

$$p_1=\frac{9}{16}$$

1 e. X est la note obtenue. D'après les questions précédentes et sachant que $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ La loi de probabilité de X est :

| $X_i$ | 0 | 1,5 | 3 | total |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{9}{16}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{16}$ | 1 |
| $p_i X_i$ | 0 | $\frac{9}{16}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{3}{4}$ |

L'espérance mathématique est $E(X) = \frac{3}{4}$

2 Nicolas répond au hasard aux trois dernières questions.

2 a. En faisant le même raisonnement qu'au 1 a. $Y$ est la note obtenue. $Y = 4$ si tout est juste, $Y = 2,5$ si une réponse est fausse, $Y = 1$ si deux réponses sont fausses et $Y = 0$ si trois réponses sont fausses.

2 b. Il y a un seul choix pour la première réponse et quatre pour les autres donc 64, $1 \times 4 \times 4 \times 4$, grilles différentes.

2 c. Il y a une seule grille juste. La probabilité de ne faire aucune faute est :

$$p_4 = p(Y=4) = \frac{1}{64}$$

2 d. Il y a trois fautes. Il y a trois choix pour chaque réponse fausses donc 27 grilles.

$$p_1 = p(Y=0) = \frac{27}{64}$$

2 e. Par le même raisonnement on obtient le loi de probabilité de $Y$.

| $Y_i$ | 0 | 1 | 2,5 | 4 | total |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{27}{64}$ | $\frac{27}{64}$ | $\frac{9}{64}$ | $\frac{1}{64}$ | 1 |
| $p_i Y_i$ | 0 | $\frac{27}{64}$ | $\frac{45}{128}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{107}{128}$ |

L'espérance mathématique est $E(Y) = \frac{107}{128}$

3 Lucien ne répond à aucune des trois dernière question sa note est donc 1.
Lucien a la meilleure stratégie aura 1, Nicolas peut espérer avoir $E(Y) = \frac{117}{128}$ , Quentin a la moins bonne stratégie avec une espérance $E(X) = \frac{3}{4}$