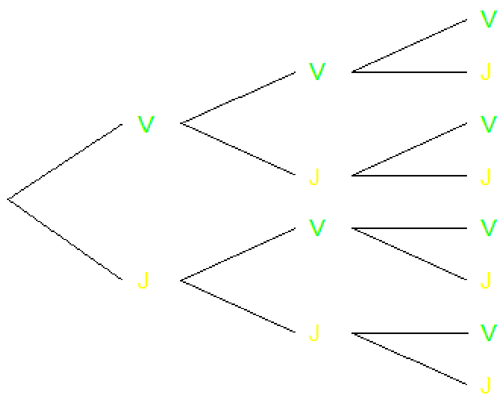
Une urne contient 2 boules vertes et une boule jaune. On tire successivement avec remise 3 boules.

-On nous demande de calculer la probabilité B de l'événement "on obtient exactement 2 boules vertes". Mon problème est que je me suis planté lorsque j'ai tenté de la trouver avec l'événement contraire de B, c'est à dire " 1 boule verte, aucune boule verte et 3 boules vertes". Le nombre de cas favorables du premier est " 2x1x1 = 2 ", celui du deuxième " 1x1x1=1" et du dernièr "2x2x2= 8" d'où la probabilité de l'événement contraire $p(\overline{B})=\frac{2+1+2}{27}$, 27 étant le nombre de cas possibles, mais lorsque j'applique la propriété $p(B)=1-p(\overline{B})$ je ne trouve pas le même résultat que le corrigé: $p(B)=\frac{4+4+4}{27}$, c'est quoi l'erreur?

Réponse.
Le mieux pour trouver l'erreur est de faire un arbre.



Il y a 3 branches qui correspondent au premier cas « 1 verte ». Si je compte comme toi le nombre de cas favorables, chaque branche verte correspond à 2 cas V_1 ou V_2 et la jaune à un seul cas donc il y a $3\times2\times1\times1$ cas favorables.

$$p(1\,V)=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$$

En effet quand tu dénombres les cas tu dois, premièrement, choisir la place de la verte, première, deuxième ou troisième donc 3 cas, puis la verte n°1 ou n°2 donc 2 cas pour chaque place donc en tout 6 cas favorables.

Si on calcule directement la probabilité de tirer deux vertes exactement, on choisit déjà la place de la jaune, 3 choix, puis les numéros des vertes, 2 choix pour la première et 2 choix pour la deuxième donc $3\times2\times2=12$ cas.

Mais ce n'est pas la meilleure méthode. Ici on répète 3 fois la même épreuve de Bernoulli. En effet, chaque épreuve a deux issues possibles, verte ou jaune, et il y a remise donc les épreuves sont indépendantes.

Si X est le nombre de vertes, alors X suit la loi binomiale de paramètres $p=\frac{2}{3}$ et $n=3$.

$$p(k\,V)=p(X=k)=\binom{3}{k}\left(\frac{2}{3}\right)^k\left(\frac{1}{3}\right)^{n-k}$$

Donc :

$$p(1\,V)=p(X=1)=\binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$$

$$p(2\,V)=p(X=2)=\binom{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}$$

On retrouve bien les mêmes résultats.