

**exo91**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x)$

1- Étudier les limites de  $f$  aux bornes du domaine de définition.

2- a) Montrer que, pour tout  $x > 0$ ,  $f(x) = 2x - \ln(1 - e^{-x})$ .

b) En déduire que la droite  $D$  d'équation  $y = 2x$  est asymptote à la courbe représentative  $C_f$  de la fonction  $f$ .

c) Étudier la position relative de  $D$  et  $C_f$

3- a) Calculer  $f'(x)$  et étudier son signe.

b) En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$ .

**Quelques limites pour s'entraîner.**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) - x =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^5) - x =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) - \sqrt{x} = \quad \text{On pourra remplacer } x \text{ qui est positif par } y = \sqrt{x}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) + \frac{1}{x} =$$