

**ES\_Asie\_Juin\_2003**

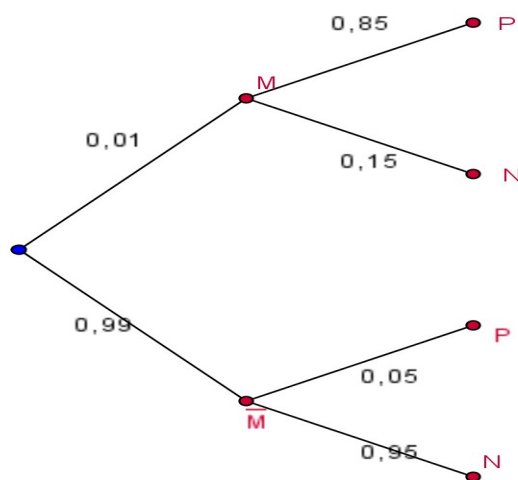
Lors d'une épizootie, on s'est aperçu que si la maladie était diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal (avant que les symptômes apparaissent), on pouvait le guérir, sinon la maladie est mortelle.

1.  $M$  est l'événement : « l'animal est atteint par la maladie » et 1% des animaux sont porteurs de la maladie donc  $p(M)=0,01$

$P$  est l'événement : « le test est positif » et si un animal est malade, le test est positif dans 85 % des cas donc  $p_M(P)=0,85$

$N=\bar{P}$  et si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas donc  $p_{\bar{M}}(N)=0,95$

Arbre pondéré.



2. Un animal est choisi au hasard.

a. Probabilité qu'il soit malade et que son test soit positif.

$$p(M \cap P) = p(M) p_M(P)$$

$$p(M \cap P) = 0,0085$$

b.  $p(P) = p(P \cap M) + p(P \cap \bar{M})$

$$p(P) = 0,0085 + 0,99 \times 0,05 = 0,0580$$

3. Un animal est choisi parmi ceux dont le test est positif.

$$p_P(M) = \frac{p(M \cap P)}{p(P)}$$

$$p_P(M) = \frac{0,0085}{0,058}$$

$$p_P(M) \simeq 0,1466 \text{ à } 10^{-4} \text{ près.}$$

4. On choisit 5 animaux au hasard, dans un troupeau suffisamment important pour que les épreuves puissent être considérées comme indépendantes et que les tirages puissent être assimilés à des tirages avec remise.

Soit  $E$  l'évènement « au moins un des cinq ait un test positif »

$\bar{E}$  est évènement « aucun test n'est positif » ou « les 5 tests sont négatifs »

$$\bar{E} = (NNNNN)$$

Les épreuves sont indépendantes donc :

$$p(\bar{E}) = (p(N))^5$$

$$N = \bar{P} \text{ donc } p(N) = 1 - p(P) = 1 - 0,058 = 0,942$$

$$p(\bar{E}) = 0,942^5 \simeq 0,7417 \text{ à } 10^{-4} \text{ près.}$$

5. Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant un test positif est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.

D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subissant le test est donnée par le tableau suivant :

|                    |        |       |        |
|--------------------|--------|-------|--------|
| <b>Coût</b>        | 0      | 100   | 1000   |
| <b>Probabilité</b> | 0,9405 | 0,058 | 0,0015 |

Le coût moyen pour une bête est l'espérance mathématique de la loi de probabilité, notée  $C$ .

$$E(C) = 0 \times 0,9405 + 100 \times 0,058 + 1000 \times 0,0015 = 7,3$$

Un éleveur possède un troupeau de 2 000 bêtes. Le coût à prévoir à la suite d'un passage du test est donc d'un montant de 14 600 €.

$$2000 E(C) = 2000 \times 7,3 = 14\,600$$