exo209

1_ Les conditions suffisantes pour que $f(x)=0$ admette une unique solution dans un intervalle [*a* ; *b*] :

a_ *f* est continue sur [*a* ; *b*],
b_ *f* est strictement monotone sur [*a* ; *b*],
c_ 0 appartient à [*f*(*a*) ; *f*(*b*)]

Attention, ces conditions ne sont pas nécessaires.

f peut ne pas être continue ou ne pas être monotone ou 0 peut ne pas appartenir à [*f*(*a*) ; *f*(*b*)] et $f(x)=0$ avoir une solution unique.

2) Soit *f* la fonction définie sur [1;2] par $f(x)=x^5-3$

a_ *f* est une fonction polynôme donc elle est continue.
b_ $f'(x)=5x^4>0$ sur [1;2] donc *f* est strictement croissante.
c_ $f(1)=-2$ et $f(2)=29$ donc $0\in[a\ ;\ b]$

d'après le théorème des valeurs intermédiaires $f(x)=0$ admet une solution unique sur [*a* ; *b*].

On sait résoudre l'équation :

$$x^5-3=0$$
$$x^5=3$$
$$x=\sqrt[5]{3}$$