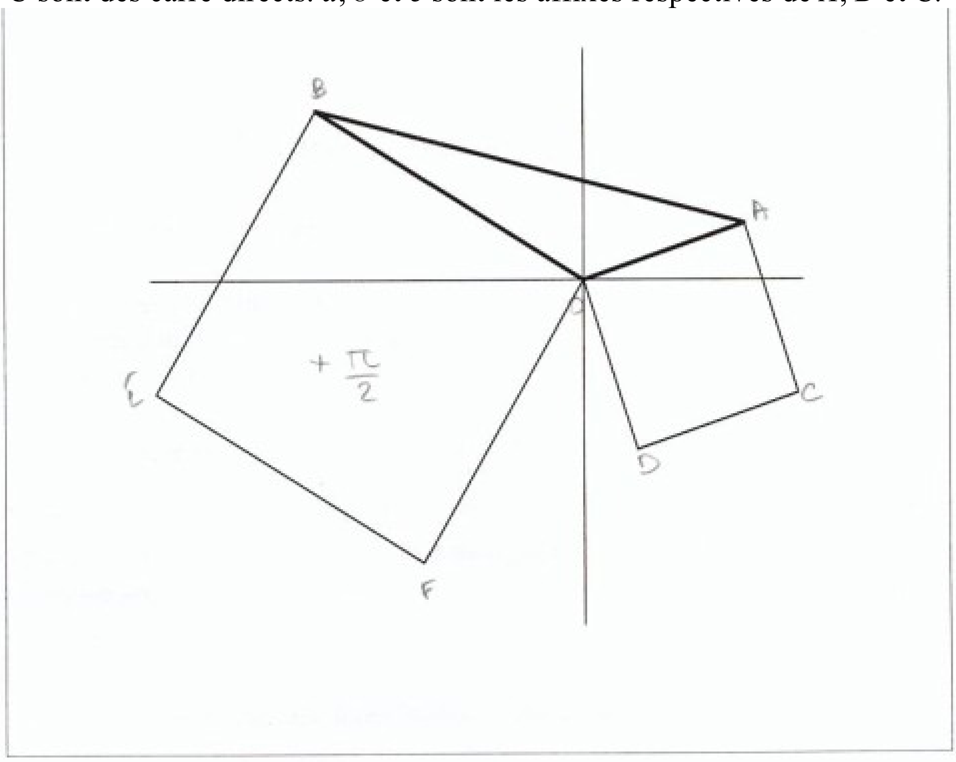
Interprétation géométrique du module et de l'argument

OBEF et *AODC* sont des carré directs. *a*, *b* et *c* sont les affixes respectives de *A*, *B* et *C*.



1) Déterminer en fonction de a et b les affixes z_D et z_F des points D et F
2) Soit I le milieu de $[AB]$. Déterminer l'affixe z_I de I,
3) Calculer $\frac{z_F - z_D}{z_I}$. Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z_F - z_D}{z_I}$
4) Soit J le milieu de $[FD]$. Déterminer l'affixe z_J de J,
5) Calculer $\frac{z_B - z_A}{z_J}$. Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z_F - z_D}{z_I}$
6) Calculer $\frac{z_F - a}{b - z_D}$. Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z_F - a}{b - z_D}$
7) Faire la figure avec $a = 3 + i$ et $b = -5 + 3i$

Corrigé.

1 *AODC* est un carré direct donc *D* est l'image de *A* par la rotation de centre *O* et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ donc $z_D = -i\,a$

OBEF est un carré direct donc *F* est l'image de *B* par la rotation de centre *O* et d'angle $\frac{\pi}{2}$ donc $z_F = i\,b$

2 L'affixe du milieu *I* de $[AB]$ est $z_i = \frac{a+b}{2}$

3 $\frac{z_F - z_D}{z_I} = \frac{ib+ia}{\frac{a+b}{2}} = 2\ i.$

$$\left|\frac{z_F - z_D}{z_I}\right| = \frac{DF}{OI} = 2 \quad \text{donc} \quad DF = 2\ OI.$$

$$arg\left(\frac{z_F - z_d}{z_I}\right) = (\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{DF}) = \frac{\pi}{2} \quad \text{donc} \quad (DF) \ \text{est perpendiculaire à} \quad (OI)$$

4 L'affixe du milieu J de $[DF]$ est $z_j = \frac{ib - ia}{2} = i\frac{a-b}{2}$

5 $$\frac{z_B - z_A}{z_j} = \frac{b-a}{i\frac{b-a}{2}} = -2\ i.$$

$$\left|\frac{z_B - z_A}{z_J}\right| = \frac{AB}{OJ} = 2 \quad \text{donc} \quad AB = 2\ OJ.$$

$$arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_J}\right) = (\overrightarrow{OJ}\,;\overrightarrow{AB}) = -\frac{\pi}{2} \quad \text{donc} \quad (OJ) \ \text{est perpendiculaire à} \quad (AB)$$

6 $$\frac{z_F - a}{b - z_D} = \frac{ib - a}{b + i a} = \frac{(-a+ib)(b-ia)}{b^2 + a^2} = \frac{-ab + ab + i\,a^2 + i\,b^2}{b^2 + a^2} = i$$

$$\left|\frac{z_F - a}{b - z_D}\right| = \frac{AF}{DB} = 1 \quad \text{donc} \quad AF = DB\,.$$

$$arg\left(\frac{z_F - a}{b - z_D}\right) = (\overrightarrow{DB}\,;\overrightarrow{AF}) = \frac{\pi}{2} \quad \text{donc} \quad (DB) \ \text{est perpendiculaire à} \quad (AF)$$

7